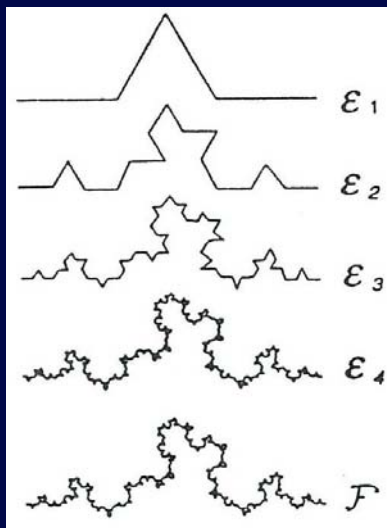


fractales

Le monde des fractales

Depuis leur définition par Mandelbrot en 1975, les fractales sont utilisées pour décrire les objets **irréguliers, rugueux, fragmentés**. Elles incluent les **structures itératives** de Julia, qui se répètent, de plus en plus petites, un nombre indéfini de fois, en conservant leur motif et leurs proportions.



Les structures fractales sont aussi dites **auto-similaires**, la partie étant semblable au tout (la brindille possède la même structure que la petite branche; la petite branche, la même que la branche principale).

Les fougères illustrent la propriété **d'invariance d'échelle**. Le même motif peut se répéter à 3 ou 4 échelles de grandeur: le motif global, celui des divisions latérales, et ceux des divisions secondaires, voire tertiaires

Ci-contre, fractale F obtenue en reportant 3 fois le motif ϵ_1 sur les segments rectilignes

Selon que les structures se divisent en éléments de plus en plus petits (l'Univers après le Big-bang, la banquise en dislocation), ou qu'elles se construisent en partant du plus petit vers le plus grand (arbres, cristaux de glace), on parle de **fractales** ou de **constructales**.

Les structures fractales débouchent sur une **organisation hiérarchique** de la plupart des systèmes de l'Univers, minéraux et vivants.

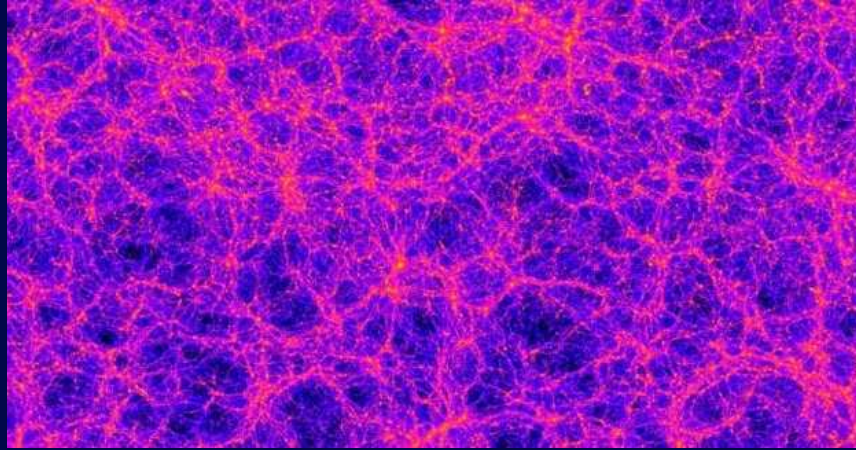
Dans le monde végétal, la forme est optimisée par sélection naturelle pour s'adapter au mieux aux facteurs biologiques internes et aux facteurs environnementaux externes tels que:

- la **gravitation** ou pesanteur;
- la **luminosité** solaire, directe ou diffuse;
- la **température** (seuils de végétation, gel);
- les **ressources en eau** et l'**humidité** de l'air;
- la **vitesse du vent** (évaporation forcée, flexion).

Cette exposition présente, sur les panneaux muraux, des exemples de structures fractales observées dans le monde minéral, végétal et animal. Des simulations numériques permettent de reproduire quelques espèces réelles en jouant avec les paramètres mathématiques simples qui les caractérisent. L'animation en boucle illustre divers schémas de développement suivis par les plantes et explique le type d'optimisation réalisé.

fractales

La fragmentation dans l'Univers



Les grandes structures gazeuses de l'Univers primitif

Largeur du champ: 2.7 milliards d'années-lumière (AL)
Simulation numérique J. Wadsley, McMaster University



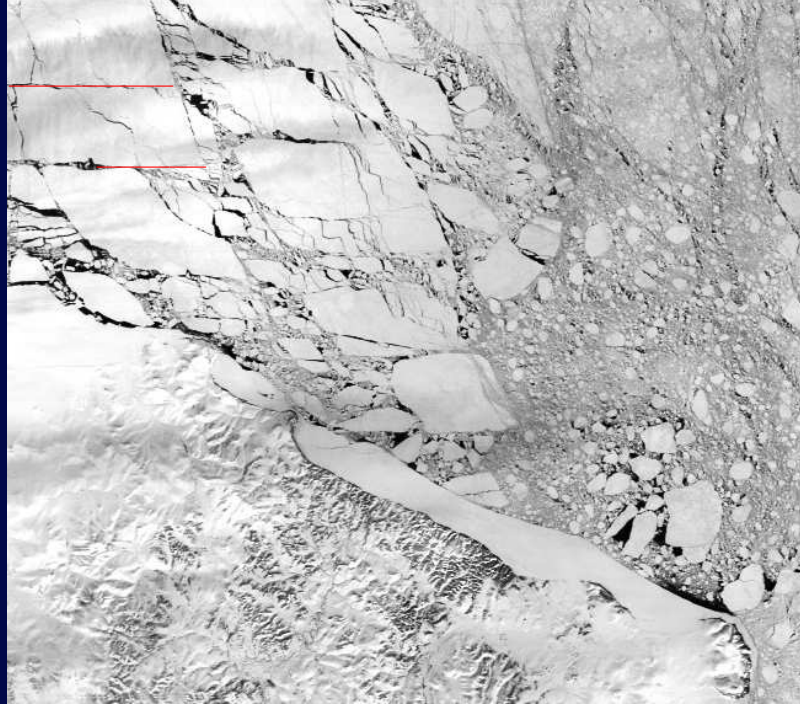
La nébuleuse planétaire en expansion NGC 2440

Largeur: 1 AL (Hubble Heritage, STScI)

La fragmentation de la matière cosmique en expansion produit des structures similaires (vides et filaments) dans l'Univers primitif, dans le gaz de notre Galaxie et dans les enveloppes des étoiles en fin de vie (ci-dessus NGC 2440). Les facteurs d'échelle sont respectivement 1, 200 millions et 3 milliards.

fractales

La géométrie des fractures



Fracturation de la banquise en éléments similaires de taille décroissante (en rouge: 15x35 km) au passage du détroit de Behring (MODIS, NASA)



Fracturation d'une roche par compression (distances entre fractures: 2-5 cm)

Les fractales (du latin **fractus**, brisé) décrivent les structures susceptibles de se subdiviser un grand nombre de fois en sous-structures similaires.

Les forces de compression (ou de distension) créent des réseaux de fractures en X, obliques par rapport au sens de la force. Sur la croûte terrestre, la trace de ces réseaux forme des parallélogrammes de taille 50 à 500 km (failles majeures), 10 à 100 m (diaclasses) et 1 à 10 mm pour les micro-fractures. Le rapport des tailles extrêmes atteint un facteur 10 millions.

fractales

Les réseaux hydrographiques

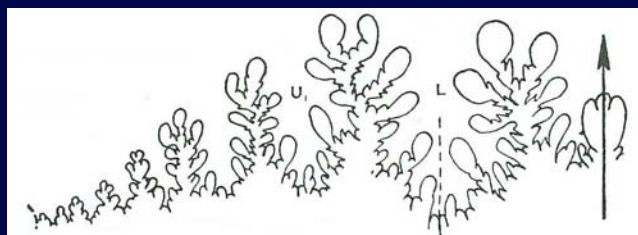


Le sud de la Norvège, observé par le satellite Sea WiFS en juin 2000 (ESA)

Le réseau hydrographique du sud de la Norvège, révélé par la neige, possède une structure fractale en dendrite. Les profils des basses vallées inondées ont été modifiés par l'érosion glaciaire: elles forment des fjords de largeur constante, à bords verticaux.

fractales

Les ammonites



Sutures de *Phylloceras heterophyllum* (Lias, 180 Ma)

Les lignes de suture des loges

Les sutures des loges des ammonites se développent en fractales, avec un nombre de divisions croissant avec la distance au centre et avec le nombre de loges. Ce mode de suture assure une étanchéité totale des loges internes (réservoirs d'air pour les mouvements verticaux), entre 0 m et 600 m de fond.

fractales

Une dendrite minérale



Dendrite de todorokite, fjord d'Ultima Esperanza (Patagonie, Chili)

La todorokite, $(\text{Mn,Ca,Mg})\text{Mn}_3\text{O}_7 \cdot \text{H}_2\text{O}$, est un oxyde hydraté de manganèse, calcium et magnésium, qui croît dans les fentes des roches en structures ouvertes, semblables à celles de certaines de nos mousses.

fractales

Les frondaisons



Jacaranda mimosifolia en fleurs, La Palma (Canaries)

Le système de branches est fractal: à chaque branchement le motif est reproduit avec les mêmes angles, courbures et rapports de longueur, de la branche maîtresse à la brindille terminale portant fleurs et feuilles.

fractales

Le monde des lichens



Cladonia arbuscula

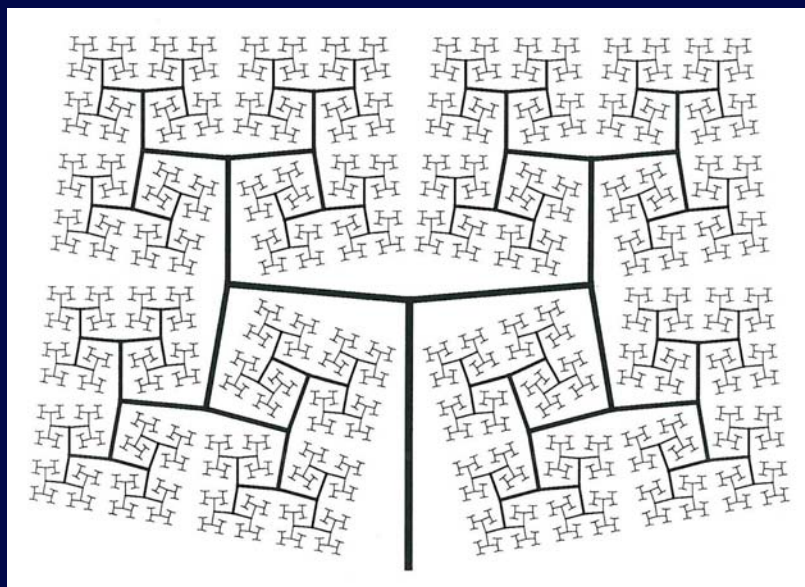
Les fractales de type L caractérisent les structures avec bifurcations: elles précisent le nombre de segments, le rapport de taille d'éléments consécutifs et les angles des segments avec le segment précédent. *Cladonia arbuscula* possède une structure fractale de type L à division binaire.

fractales

Les nervures des feuilles



Les nervures des feuilles du merisier



Un réseau fractal de nervures synthétiques

Réseau de nervures calculé avec une fractale de type L, à 10 niveaux, avec angles des bifurcations 85 degrés et rapport de taille R 0.687. Avec R inférieur à 0.707, les nervures ultimes ne se recoupent jamais; l'irrigation est uniforme sur toute la surface de la feuille. Les réseaux réels montrent des pontages (anastomoses), qui assurent la circulation même si la feuille est endommagée.

fractales

Les dragonniers



Dracaena draco, Tenerife

En haut, après mille ans de croissance,
en bas, après quelques décennies

Le dragonnier croît par division simultanée des tiges, en segments de plus en plus courts, au début par 3-4, puis par 2, une fois tous les 15 ans environ.

Après quelques siècles, la plante forme un double cône : celui de la frondaison, qui porte des rosettes de feuilles et des fleurs aux extrémités, et celui des racines, qui s'étaient à la surface du sol.



fractales

Les fougères en arbre



Cyathea, île de la Réunion

Dans le genre *Cyathea*, le motif de base des feuilles est répété 3 fois. La genèse des frondes se réalise par le déroulement de 3 spirales, chacune incluse dans la précédente.

La structure 3D de la *Cyathea* lui assure un captage optimal de la lumière et de la pluie.



fractales

Les inflorescences



L'inflorescence du broccoli Romanesco

Ce chou-fleur montre des spirales de cônes primaires, de taille croissante avec la distance au sommet. Ces cônes sont eux-mêmes constitués de cônes secondaires disposés en spirale, des plus petits aux plus grands. Les cônes secondaires sont à leur tour constitués de cônes tertiaires. C'est un cas typique de structure fractale auto-similaire (à motif identique) à trois niveaux.

fractales

Impressum

Conception

Michel Grenon

SPHN et Observatoire de Genève
Faculté des Sciences, UNIGE

Modèles informatiques

Concept et réalisation

Shaula Fiorelli Vilmart
Pierre-Alain Cherix

Section de Mathématiques
Faculté des Sciences, UNIGE

Textes et figures

Michel Grenon

Observatoire de Genève

Intégration informatique

Jean-Luc Guidon

DSIC, Direction des systèmes
d'Information et Communication

DSIC

DSIC et CJB

Matériel informatique

Installation

Electricité

Florian Gay

Bernard Renaud

Conservatoire et Jardin

botaniques de Genève (CJB)

Posters muraux

Conception et réalisation

Michel Grenon

Observatoire de Genève

Impression

Daniel Pfenniger

Observatoire de Genève

Accrochage

Bernard Renaud

CJB

Aménagements, décoration

Didier Roguet

Bernard Renaud

Isabelle Meier

CJB

CJB

CJB

Communication, médiation

Communication

Gisèle Visinand

CJB

Médiation

Magali Stitelmann

CJB

Soutien financier

Ville de Genève

CJB

Département de la Culture

Conservatoire et Jardin

botaniques de Genève

Société de Physique et
d'Histoire Naturelle, Genève

SPHN

Coordination

Didier Roguet, commissaire

CJB

Direction

Pierre-André Loizeau

CJB